

---

# Réflexion sur le calcul d'ouvrages en Génie Civil

**Riou Y., Papon A., Dano C., Hicher P.Y.**

*GeM, Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, Nantes, France*

---

*RÉSUMÉ. En matière de dimensionnement d'ouvrages, les méthodes empiriques et semi-empiriques se voient concurrencer par les méthodes numériques jugées plus rigoureuses. Une réflexion est menée sur la mise en œuvre et la pertinence de ces dernières. Pour ce faire, le propos s'appuie sur le calcul d'une fondation superficielle initié par un benchmark industriel. Parce qu'elle est robuste et son utilisation répandue dans le domaine de calculs des ouvrages, on choisit une loi élastique parfaitement plastique de type Mohr-Coulomb. Trois des cinq paramètres mécaniques sont déterminés par analyse inverse. Les performances de deux algorithmes d'optimisation, l'un déterministe (méthode du Simplexe), l'autre stochastique (méthode génétique), sont comparées. Les résultats obtenus sont confrontés à ceux des participants au benchmark, et sont commentés.*

*ABSTRACT. In the matter of geotechnical structures design, empirical and semi empirical methods are competed with numerical methods, which are said more rigorous. The way to carry out numerical methods and their relevance are commented. To that end, the discussion is based on the study of a superficial foundation, within an industrial benchmark test. Because of its robustness and its large use in the calculations of structures, the linear elastic perfectly plastic model of Mohr-Coulomb type is selected. Three of the five mechanical parameters are determined by inverse analysis. The performances of two optimization algorithms, ones deterministic (Simplex method), ones stochastic (genetic method), are compared. The obtained results are compared to the ones of the participants of the benchmark and are commented on.*

*MOTS-CLÉS : ouvrages géotechniques, modélisation, analyse inverse, optimisation, algorithmes génétiques.*

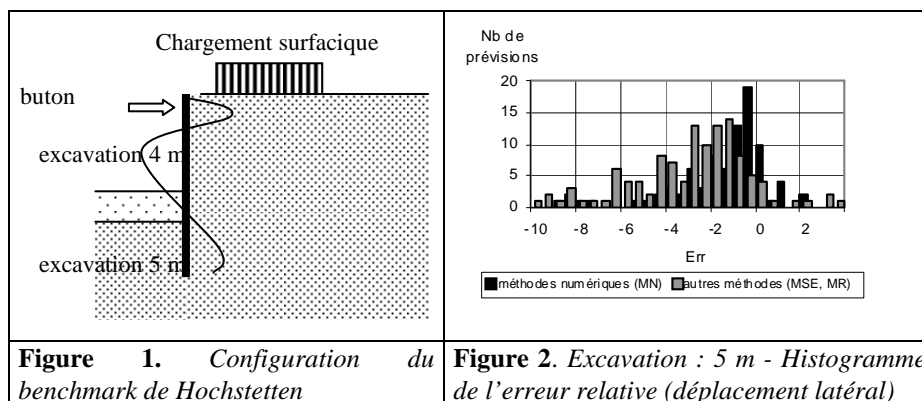
*KEY WORDS: geotechnical structures, modelling, inverse analysis, optimization, genetic algorithms.*

---

## 1. Introduction

Pour le dimensionnement d'un ouvrage ou pour sa justification, l'ingénieur dispose de différents outils qu'il conviendra de choisir selon le type d'ouvrage, les enjeux, les moyens dont il dispose, les données géotechniques, et sa maîtrise des concepts liés aux méthodes. En la matière, on est passé depuis un siècle des méthodes empiriques (ME) aux méthodes semi-empiriques (MSE), méthodes actuellement concurrencées par des méthodes dites numériques (MN). Ces dernières sont considérées comme plus rigoureuses puisque basées sur des principes fondamentaux de la mécanique appliqués dans tout le domaine d'étude et non plus sur des partitions grossières ; sur des lois de comportement aux hypothèses moins restrictives et sur des techniques de résolution sophistiquées.

Les méthodes numériques ont prouvé leur efficacité dans des configurations complexes. Le benchmark "industriel" de Hochstetten, de classe A, i.e. effectué en aveugle, donc avant l'expérimentation, illustre la performance de ces techniques (Figure 1). La figure 2 établit une répartition des erreurs relatives sur les déplacements latéraux, erreurs sur toute la hauteur de l'excavation, et erreurs obtenues avec les différentes méthodes [RIO03].

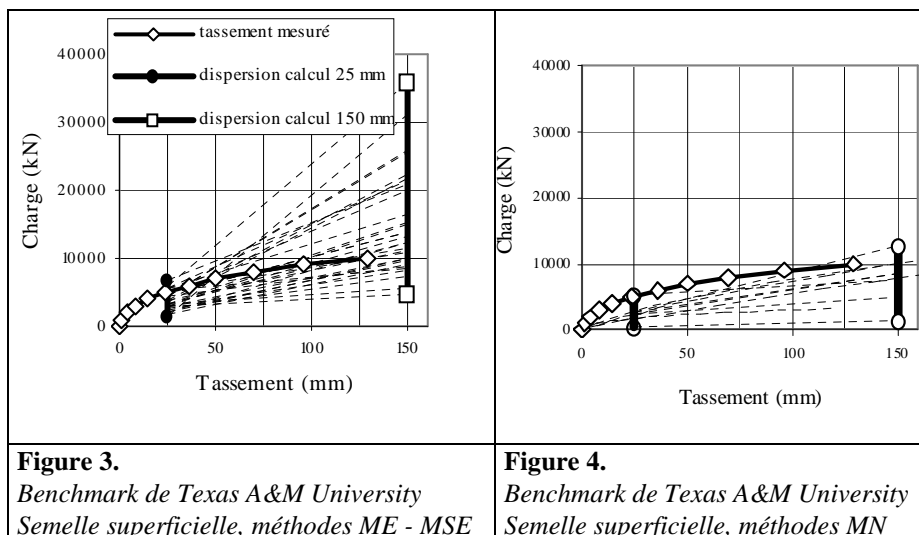


Dans des configurations plus simples, les méthodes semi-empiriques sont encore largement utilisées. Elles se justifient en raison de leur facilité de mise en œuvre et de leur pertinence liée à une expérience de plusieurs dizaines d'années. Par ailleurs, la réglementation en matière de dimensionnement des fondations d'ouvrages fait principalement référence à ces méthodes.

On peut alors se demander si les méthodes numériques apportent pour des configurations simples des réponses plus satisfaisantes que les méthodes traditionnelles basées sur l'expérience. Nous proposons, dans ce qui suit, d'analyser le cas de la fondation superficielle. Il convient de remarquer que nous avons délibérément opté pour un problème avantageant les méthodes traditionnelles compte tenu des nombreux retours d'expérience ayant contribué à leur formulation.

## 2. Modélisation de la fondation superficielle

Afin d'apporter un élément de réponse à cette question, il est proposé d'analyser un autre benchmark "industriel" de classe A réalisé par Texas A&M University en partenariat avec la Federal Highway Administration [BRI94]. Il s'agit d'un massif de sol considéré comme homogène par la plupart des participants au benchmark, composé principalement de sable argileux et supportant une semelle carrée rigide de 3m de côté. Il était demandé aux participants d'estimer les charges correspondant à 25 et 150 mm de tassement. Les résultats des 31 prévisions classées selon les 2 types de méthodes, ME-MSE et MN, sont synthétisés sur les figures 3 et 4. Il ressort de ce benchmark un léger avantage aux méthodes traditionnelles. Si la dispersion est plus élevée, la plus forte concentration des résultats se situe dans le créneau  $\pm 30\%$  autour des valeurs mesurées. Ceci n'est pas le cas avec les méthodes numériques qui, contrairement au benchmark précédent, sous estiment les valeurs expérimentales de charge et fournissent donc des résultats trop sécuritaires.



On peut ainsi considérer qu'il existe des configurations classiques d'ouvrages pour lesquelles il est encore préférable de mettre en œuvre des méthodes empiriques ou semi empiriques pour peu qu'elles soient exploitées par des personnes expertes, ayant capitalisé des compétences et des expériences solides dans le domaine de la géotechnique.

La deuxième remarque que l'on peut faire sur ces résultats concerne l'identification des paramètres mécaniques. Sachant que les modélisations numériques dont il est fait état sur la figure 4, font référence à guère plus de quatre types de modèles de comportement, il est clair que la dispersion provient en partie des diverses interprétations des essais de laboratoire et in-situ, et de la stratégie d'identification des paramètres. On rejoint ainsi une des conclusions du Greco II

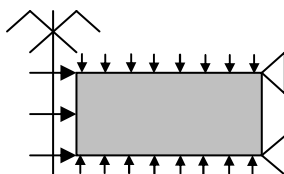
concernant le choix des essais et des méthodes pour l'identification [GRE95]. Afin de mieux cerner ces aspects, le benchmark de Texas A&M University a été revisité en exploitant l'analyse inverse par deux méthodes d'optimisation, une méthode considérée comme classique (la méthode du Simplexe) et une méthode plus originale en géotechnique (la méthode génétique) pour l'identification des paramètres mécaniques.

### 3. L'analyse inverse

On rappelle que l'analyse inverse consiste à déterminer les paramètres d'un modèle de comportement, qui assurent la meilleure adéquation entre des données expérimentales et les valeurs issues d'une résolution analytique ou numérique correspondante. La qualité des résultats d'une telle analyse dépend de nombreux facteurs. La fiabilité des mesures expérimentales, le choix de la solution analytique le cas échéant ou celui de la modélisation numérique via le maillage, les conditions aux limites, les lois de comportement et le choix de l'algorithme d'optimisation sont autant de facteurs à prendre en compte, si l'on veut assurer une bonne détermination des paramètres du modèle de comportement. Dans ce qui suit nous proposons une identification des paramètres par analyse inverse de trois essais pressiométriques de l'étude géotechnique du benchmark réalisé par Texas A&M University.

#### 3.1. Modélisation numérique

Afin de s'affranchir des hypothèses jugées trop simplificatrices de la solution analytique, il a été décidé d'exploiter une résolution numérique, et notamment celle fournie par le code aux éléments finis CESAR\_LCPC. Le problème axisymétrique a été traité en considérant une tranche de sol horizontale dont la hauteur correspond à la hauteur de la sonde (Figure 5).



**Figure 5.** Modélisation numérique de l'essai pressiométrique

Le sol est soumis à une pression uniforme au droit de la sonde et sa valeur se voit progressivement augmentée, tandis que la contrainte verticale sur les surfaces inférieure et supérieure de la tranche est maintenue à sa valeur initiale.

#### 3.2. Choix de l'algorithme d'optimisation

La fonction coût  $F_{\text{err}}$  est définie comme la racine carrée de la moyenne des erreurs sur les déplacements au droit de la sonde, au carré [1] :

$$F_{err}(x^{(k)}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [(u_{exp}^i - u_{num}^i(x^{(k)})) / a]^2}{N}} \quad [1]$$

$x^{(k)}$  jeu de paramètres à l'itération  $k$ ,  $a$  rayon de la sonde,  $N$  nb. d'incrément

En géotechnique, il est d'usage de choisir un algorithme d'optimisation déterministe. L'expérience montre que l'algorithme du simplexe est plus robuste que les algorithmes dits de gradients, qui nécessitent le calcul des dérivées de la fonction coût. Un simplexe est un polyèdre convexe à  $n+1$  sommets dans un espace à  $n$  dimensions, où  $n$  est le nombre de paramètres à déterminer. La recherche de l'optimum s'effectue par modifications successives des sommets du simplexe, modifications qui sont fonction des valeurs de la fonction en chacun des  $n+1$  sommets. Le critère de convergence porte sur la taille du simplexe ou les valeurs de la fonction. Il est reproché cette méthode de fournir des résultats dépendants du simplexe initial. Ainsi il est recommandé de multiplier les calculs avec des simplexes initiaux différents afin de s'affranchir du problème des minima locaux.

Parallèlement aux algorithmes déterministes, se sont développées les méthodes stochastiques. Dans ce papier, nous nous proposons d'exploiter l'une d'elles : la méthode génétique [GOL94]. La recherche de minima s'effectue selon une stratégie basée sur la théorie de l'Evolution de Darwin. L'exploration du domaine de recherche et l'exploitation des résultats obtenus, effectuées par des opérations de sélection, de croisement et de mutation permettent, au cours des générations, de rendre plus performants les individus.

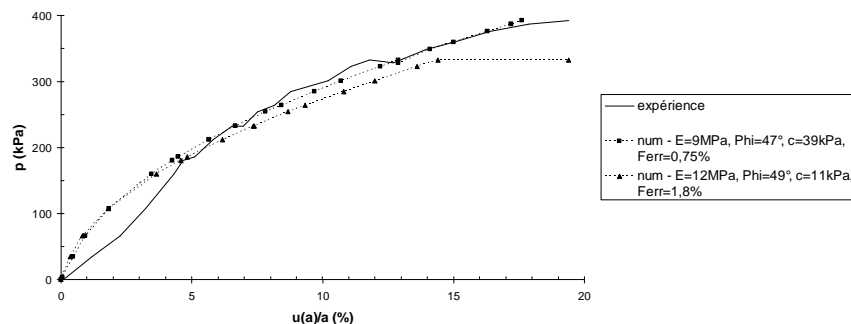
### 3.3. Choix de la loi de comportement

Du fait de sa robustesse et de sa large utilisation dans le domaine des calculs d'ouvrages, on modélise le comportement du sol par une loi élastique parfaitement plastique de type Mohr-Coulomb. Des cinq paramètres classiques, trois sont considérés comme déterminants pour l'ouvrage étudié (fondation superficielle) et par conséquent optimisés : la cohésion, le module d'Young et l'angle de frottement interne. Le coefficient de Poisson est fixé à 0,25 et l'angle de dilatance à 10 degrés.

## 4. Résultat de l'analyse inverse

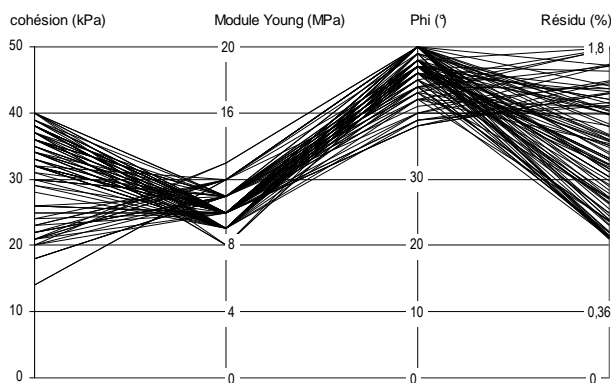
Le premier essai pressiométrique est effectué à 2 m de profondeur et l'état de contrainte du sol est supposé isotrope (31 kPa). Une première analyse inverse est réalisée par la méthode génétique. La population initiale est fixée à 200 individus, aléatoirement répartis entre 5 et 50 MPa pour le module d'Young, 10 et 50 degrés pour l'angle de frottement interne et 0 et 40 kPa pour la cohésion. Le pas de discrétisation de ces intervalles est respectivement 1 MPa, 1 degré et 1 kPa. L'optimisation est arrêtée lorsque la moitié des individus de la population possède une fonction coût inférieure à 1,8% (moyenne de l'erreur sur  $u(a)/a$ ), soit dans le

cas présent après 5 générations. Pour une représentation qualitative de cette fonction coût, on se reportera à la figure 6.



**Figure 6.** Résultat de l'analyse inverse par la méthode génétique : Pressiomètre du benchmark de Texas A&M University

Si on fait abstraction de la première phase, toujours délicate pour ce type d'essai in situ, la modélisation peut être considérée comme satisfaisante et l'ensemble des individus de fonction coût inférieure à 1,8% jugés comme pertinents. L'optimum mathématique (fonction coût de 0,75%) est donné pour le triplet suivant :  $E = 9$  MPa,  $\varphi = 47$  degrés,  $c = 39$  kPa. La richesse des résultats obtenus ne se limite pas à la détermination de l'optimum mathématique, mais permet également d'avoir accès à un ensemble d'individus « satisfaisants » pour cette analyse (Figure 7).



**Figure 7.** Répartition des individus « satisfaisants » de la 5ème population : méthode génétique

Une seconde procédure met en œuvre un algorithme du simplexe. Plusieurs calculs avec des simplexes initiaux différents ont été menés. Le tableau 1 reprend les résultats des calculs les plus significatifs. Une soixantaine d'itérations sont nécessaires en moyenne. La dispersion de ces résultats peut s'expliquer par l'irrégularité de la fonction coût : les optima détectés sont des minima locaux.

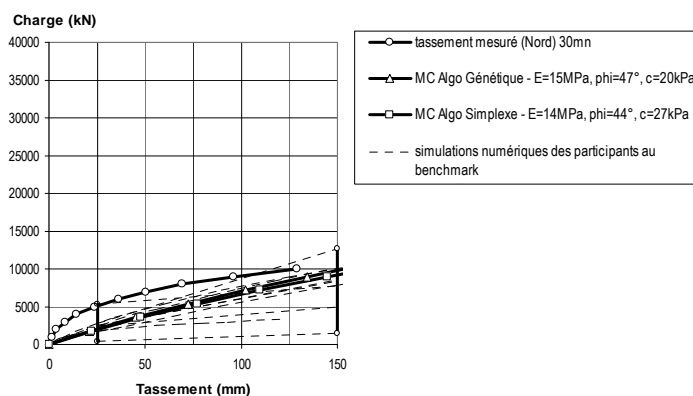
E (MPa)	$\phi$ (degrés)	c (kPa)	F <sub>err</sub> (%)
13	50	3	2,31
10	42	36	0,78
12	49	18	0,83

**Tableau 1.** Jeux optimisés avec la méthode du Simplexe.

[BRI 94] fait état de deux autres essais pressiométriques, qu'on décide d'utiliser afin d'affiner les résultats de l'analyse inverse. On recherche le jeu le plus performant sur l'ensemble des paramètres et des essais. Dans cette étude, nous avons considéré que tous les paramètres et tous les essais avaient le même poids. Dans le cas de la méthode génétique, nous avons donc retenu le meilleur jeu possédant la même performance pour les trois essais. Dans le cas de l'algorithme du Simplexe, le jeu retenu représente la moyenne arithmétique des paramètres issus du meilleur jeu de chaque essai. Cette estimation du jeu le plus performant pour la méthode du simplexe présuppose donc une décorrélation des paramètres, qui n'est pas vérifiée et ainsi fait émerger un nouveau jeu de paramètres pas encore évalué.

## 5. Calcul de la fondation superficielle

L'essai sur fondation superficielle est simulé par un calcul aux éléments finis en 3D. Sur la figure 8, les courbes numériques obtenues avec les deux jeux de paramètres issus des optimisations déterministe et stochastique sont comparées à la courbe expérimentale. Les résultats numériques obtenus sont similaires et se classent parmi les résultats du benchmark les plus réalistes.



**Figure 8.** Comparaison des courbes de tassement expérimentale et numériques : benchmark de Texas A&M University

S'il est clair que le modèle utilisé, très simple, créer un biais dans l'évolution des déformations plastiques, on peut estimer que l'analyse inverse effectuée sur un essai qui ne permet pas une identification directe des paramètres permet de mieux rendre compte du comportement du sol qu'une analyse standard par calage par exemple. Il

convient de signaler qu'une analyse d'essais triaxiaux eut été plus appropriée dans le cas présent compte tenu des chemins de contraintes sous une fondation superficielle. Nous nous sommes volontairement placés ici dans la situation où seuls des essais pressiométriques sont disponibles.

## 6. Conclusions

Ces quelques résultats sur la modélisation d'ouvrages géotechniques montrent qu'en l'état de nos connaissances un dimensionnement pertinent doit s'appuyer sur l'ensemble des outils que l'expert a à sa disposition : expérience, compréhension des principaux mécanismes qui régissent l'ouvrage et qui sont la base des méthodes semi empiriques, et les outils numériques. Le dimensionnement des ouvrages complexes ne saurait se limiter une approche purement numérique.

Une première approche d'une identification des paramètres mécaniques, plus rationnelle que l'identification standard, a été présentée. Si sur cet exemple toute la richesse de cette approche n'apparaît pas explicitement, elle laisse entrevoir des perspectives intéressantes dans l'exploitation d'un dossier géotechnique complet comprenant des résultats d'essais divers, et dans l'analyse des ouvrages instrumentés. On notera que les méthodes génétiques offrent par rapport aux méthodes déterministes une variété de solutions « satisfaisantes » qui aidera l'expert dans sa décision. L'étude des méthodes génétiques se poursuit actuellement avec une réflexion sur conditions initiales, sur l'incertitude et la sensibilité des paramètres, sur les lois de comportement et notamment celles qui introduisent des paramètres « non physiques » dont l'identification est très délicate.

Les auteurs remercient J.L. Briaud (Texas A&M Univ.) et P. von Wolffersdorff (Karlsruhe Univ.) pour la mise à disposition des informations ayant servi à la synthèse présentée dans ce document.

## 7. Bibliographie

- [BRI 94] BRIAUD J.L., GIBBENS R., Proceedings of Symposium "94 ASCE Conference: Predicted and Measured behaviour of five spread footings on sand", *Geotechnical Special Publication*, n°41, 1994
- [GOL 94] GOLDBERG D. E., *Algorithmes génétiques, Exploration, optimisation et apprentissage automatique*, Paris, Editions Addison-Wesley France, 1994.
- [GRE 95] coordonateurs : DARVE F., HICHER P.Y., REYNOUARD J.M., *Mécanique des Géomatériaux, Etudes en mécanique des matériaux et des structures*, Paris, Editions Hermès, 1995, ISBN 2-86601-453-7
- [RIO 03] RIOU Y., MESTAT P., KUDELLA P., VON WOLFFERSDORFF P., « A database for the performance of numerical modelling of retaining wall », *Int. Symp. on GeoTechnical Measurements and Modelling*, Natau et al. (eds), Balkema, 2003, p. 483-488